

経済分析入門 第3章  
行列計算による時系列データの固定ウェイト分析

教科書の第3章「時系列データの分析」の練習問題4では、労働力率を年齢階層別労働力率の変動と年齢階層別の構成比の変化に分解する方法について説明しています。この分析手法は、考え方はシンプルですが、多くの問題に応用できる有効な方法です。しかし、教科書の手順は対応するセルをクリックしながら数式を作るため、非常に煩雑でした。

そこで、ここでは行列計算の方法を使った、より簡潔な方法を説明します。

全体の労働力は、以下のように年齢階層ごとの労働力率と構成比の積を合計して計算できます。

$$\begin{aligned} \text{全体の労働力率} &= (15 \sim 19 \text{ 歳の労働力率} \times 15 \sim 19 \text{ 歳の構成比}) \\ &+ (20 \sim 24 \text{ 歳の労働力率} \times 20 \sim 24 \text{ 歳の構成比}) \\ &+ (25 \sim 29 \text{ 歳の労働力率} \times 25 \sim 29 \text{ 歳の構成比}) \\ &\dots \dots \\ &+ (65 \text{ 歳以上の労働力率} \times 65 \text{ 歳以上の構成比}) \end{aligned}$$

この計算は行列式では次のように表されます。行列計算をすることで、計算式を簡単にすることができます。数学の行列 (Matrix) とは、数値や記号を縦横に並べて計算する方法です。年齢階層ごとの労働力率を  $r$ 、構成比を  $p$  とすると、労働力率の計算は式1のように表せます。

$$(r_1 \times p_1) + (r_2 \times p_2) + \dots + (r_n \times p_n) \dots \dots \dots \text{式 1}$$

この計算は、行列計算で表すと式2のようになります。右辺の第1項は  $(r_1 \ r_2 \ \dots \ r_n)$  という1行  $n$  列の行列、第2項は  $(p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n)$  が縦に並んでいる  $n$  行1列の行列です。この行列の掛け算は式1のようになります。右辺の第2項のように、1行  $n$  列の行列を  $n$  行1列に変換した行列を転置行列といいます。

$$(r_1 \times p_1) + (r_2 \times p_2) + \dots + (r_n \times p_n) = (r_1 \ r_2 \ \dots \ r_n) \times \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix} \dots \dots \dots \text{式 2}$$

エクセルでは複数のセルの集まりを「配列 (はいれつ)」といいます。ここで使用するデータでは、年齢階層別の労働力率と構成比が1行11列 (「15~19歳」から「65歳以上」) の配列となっているので (図1)、この配列を使って全体の労働力率を計算しましょう。

図1 練習問題4の労働力率と構成比のデータ

労働力率	労働力率	15~19歳	20~24	25~29	30~34	35~39	40~44	45~49	50~54	55~59	60~64	65歳以上	65~69	
60														
61	1990	50.08	17.83	75.12	61.40	51.68	62.81	69.58	71.71	65.53	53.94	39.54	16.16	
62	1991	50.66	17.81	75.55	63.16	52.86	62.09	70.38	72.12	66.51	55.50	40.73	16.61	
63	1992	50.73	17.82	75.59	64.02	52.73	62.38	70.51	72.01	67.61	55.56	40.66	16.68	
64	1993	50.34	17.40	74.48	64.34	52.71	61.65	70.29	71.91	66.90	56.40	40.11	16.00	
65	1994	50.20	16.97	74.23	65.26	53.47	61.58	69.79	71.20	67.40	56.36	39.42	15.89	
66	1995	50.00	15.99	74.13	66.44	53.65	60.47	69.47	71.32	67.11	56.97	39.74	15.64	
67	1996	50.03	16.34	73.80	67.92	54.80	60.84	69.46	71.61	66.90	58.09	39.03	15.36	
68	1997	50.36	16.84	73.40	68.24	56.19	62.34	70.87	72.24	67.88	58.67	39.80	15.39	
69	1998	50.14	17.28	73.41	69.18	55.77	62.21	70.18	72.37	67.81	59.07	40.10	15.18	
70	1999	49.62	16.80	72.37	69.69	56.67	61.54	69.54	71.82	67.89	58.67	39.75	14.87	
71	2000	49.11	16.62	72.75	69.94	57.14	61.40	69.33	71.84	68.21	58.74	39.55	14.40	
72	2001	49.17	17.50	71.99	71.13	58.81	62.31	70.13	72.73	68.18	58.35	39.43	13.75	
73	2002	48.53	16.71	70.05	71.79	60.26	61.82	70.47	72.44	67.66	58.06	39.18	13.16	
74	2003	48.32	16.62	69.35	73.39	60.25	63.07	70.26	72.54	68.11	58.91	39.39	13.00	
75	2004	48.25	16.27	68.87	73.96	61.44	62.38	70.41	72.96	68.35	59.63	39.73	12.92	
76	2005	48.37	16.46	69.81	74.88	62.55	62.99	71.00	73.90	68.83	59.96	40.09	12.73	
77	2006	48.46	16.56	69.97	75.74	62.92	63.30	71.50	74.22	70.35	60.15	40.10	12.95	
78	2007	48.44	16.23	69.52	75.65	63.81	64.32	71.92	75.65	70.83	60.86	42.09	12.93	
79	2008	48.39	16.17	69.48	76.06	64.97	64.78	71.46	75.52	71.65	61.58	43.54	13.02	
80	2009	48.50	16.05	70.06	77.51	66.97	65.29	71.50	75.38	72.63	62.63	44.26	13.10	
81	2010	48.43	15.82	69.35	77.13	67.63	66.05	71.43	75.44	72.54	63.29	45.58	13.28	
82	2011	48.16	14.86	69.11	77.03	67.41	66.88	70.93	75.69	72.77	63.74	45.64	13.15	
83	2012	48.17	14.58	68.73	77.59	68.64	67.67	71.73	75.74	73.37	64.60	45.83	13.38	
84	2013	48.87	15.59	70.30	78.99	70.11	69.56	73.11	76.14	74.87	66.50	47.39	13.83	
85	2014	49.23	16.87	69.44	79.33	71.00	70.83	74.27	76.76	75.71	67.88	48.71	14.52	
86	2015	49.57	16.78	68.54	80.25	71.19	71.81	74.79	77.55	76.26	69.03	50.57	15.26	
87														
88														
89	構成比													
90		総数	15~19歳	20~24	25~29	30~34	35~39	40~44	45~49	50~54	55~59	60~64	65歳以上	65~69
91	2000	1.00	0.07	0.08	0.09	0.08	0.07	0.07	0.08	0.09	0.08	0.07	0.23	
92	2001	1.00	0.06	0.07	0.09	0.08	0.07	0.07	0.08	0.10	0.08	0.07	0.23	
93	2002	1.00	0.06	0.07	0.08	0.08	0.07	0.07	0.07	0.10	0.08	0.07	0.24	
94	2003	1.00	0.06	0.07	0.08	0.08	0.07	0.07	0.07	0.09	0.08	0.07	0.25	
95	2004	1.00	0.06	0.07	0.08	0.09	0.08	0.07	0.07	0.08	0.09	0.08	0.25	
96	2005	1.00	0.06	0.07	0.07	0.09	0.08	0.07	0.07	0.08	0.09	0.08	0.26	
97	2006	1.00	0.06	0.06	0.07	0.08	0.08	0.07	0.07	0.07	0.10	0.07	0.27	
98	2007	1.00	0.05	0.06	0.07	0.08	0.08	0.07	0.07	0.07	0.09	0.08	0.27	
99	2008	1.00	0.05	0.06	0.07	0.08	0.08	0.07	0.07	0.07	0.09	0.08	0.28	
100	2009	1.00	0.05	0.06	0.06	0.08	0.08	0.07	0.07	0.07	0.08	0.08	0.29	
101	2010	1.00	0.05	0.06	0.06	0.07	0.08	0.08	0.07	0.07	0.08	0.09	0.29	
102	2011	1.00	0.05	0.05	0.06	0.07	0.08	0.08	0.07	0.07	0.07	0.09	0.30	
103	2012	1.00	0.05	0.05	0.06	0.07	0.08	0.08	0.07	0.07	0.07	0.09	0.30	
104	2013	1.00	0.05	0.05	0.06	0.07	0.08	0.08	0.07	0.07	0.07	0.09	0.32	
105	2014	1.00	0.05	0.05	0.06	0.06	0.08	0.08	0.07	0.07	0.07	0.08	0.33	
106	2015	1.00	0.05	0.05	0.06	0.06	0.07	0.08	0.08	0.07	0.07	0.08	0.33	
107														
108														

行列の積を計算する Excel 関数は MMULT (配列 1, 配列 2)、配列の転置行列を計算する関数は TRANSFORM(配列)なので、各年の全体の労働力率は以下のように計算できます。

$$= \text{MMULT} (\text{配列 1}, \text{TRANSFORM} (\text{配列 2}))$$

ここで、配列 1 は各年の年齢階層別労働力率、配列 2 は各年の年齢階層別構成比のセル番地を指定します。2000 年の場合、配列 1 は C72:M72、配列 2 は C91:M91 です。構成比を 2000 年に固定した場合と労働力率を固定した場合について計算するので、固定したいセル番地を絶対参照とします。したがって、[P72] と [Q72] に入力する Excel 関数は以下の通りです。これを 2015 年 ([P87] [Q87]) までコピーすれば OK です。関数の意味がわかれば、教科書の数式よりも簡潔で、間違いにくくなりました。

$$\begin{aligned} \text{構成比固定 (P72)} &= \text{MMULT} (C72:M72, \text{TRANSFORM} (\$C\$91:\$M\$91)) \\ \text{労働力率固定 (Q72)} &= \text{MMULT} (\$C\$72:\$M\$72, \text{TRANSFORM} (C91:M91)) \end{aligned}$$